БЕБРАС – 2021

Відповіді та вказівки до розв’язування завдань

Зміст

Передмова *4*

1. Задача «Послідовність» *6*
А) Задача для 2-3 класів 6
Б) Задача для 4-5 класів 6
В) Задача для 6-7 класів 6
Г) Задача для 8-9 класів 6
Д) Задача для 10-11 класів 6

2. Гірлянда *7*
А) Задача для 2-5 класів 7
Б) Задача для 4-5 класів 7
В) Задача для 6-7 класів 8
Г) Задача для 8-9 класів 8
Д) Задача для 10-11 класів 9

3. Фігури *9*

4. Малювання *10*
А) Задача для 2-3 класів 10
Б) Задача для 4-5 класів 11
В) Задача для 6-11 класів 11

5. Іграшки *12*

6. Фауна *13*

7. Скарб *13*

8. Відеочат *14*

9. Беброленд *15*
А) Задача для 2-5 класів 15
Б) Задача для 6-7 класів 15
В) Задача для 8-11 класів 15

10. Торт *16*

11. 3D *16*

12. Сірники *17*

13. Видри *17*
А) Задача для 4-7 класів 17
Б) Задача для 8-11 класів 18

14. Вікна *19*

15. Галерея *19*

16. Нори *20*
А) Задача для 6-7 класів 20
Б) Задача для 8-11 класів 20

17. Фан Тан *21*
А) Задача для 6-7 класів 21
Б) Задача для 8-9 класів 21
В) Задача для 10-11 класів 21

18. Табло *22*
А) Задача для 6-7 класів 22
Б) Задача для 8-9 класів 23
В) Задача для 10-11 класів 23

19. Гребля *23*

20. Іграшки 24
21. Тайник 24
22. Знижки 25
23. Намисто 25
24. Переліт 26
25. Чорна скринька 27

Передмова

У цьому збірнику ви знайдете відповіді та вказівки до розв'язування всіх завдань конкурсу «Бебрас-2021» в Україні.

Змагання проводились у наступних вікових групах:

- **Бобреняточко 2-3 класи;**
- **Бобренятко 4-5 класи;**
- **Бобреня 6-7 класи;**
- **Бобрик 8-9 класи;**
- **Бобер 10-11 класи**.

Підсумки проводились по кожному класу окремо.

Первинний розподіл задач іде по завданнях однакового типу. Послідовно розглядаються варіанти цих завдань для різних вікових груп. Потрібне завдання легко знайти, клікаючи по назві задачі у змісті на початку збірника.

Радимо розбирати розв'язки задач, використовуючи демоверсію завдань 2021 року.

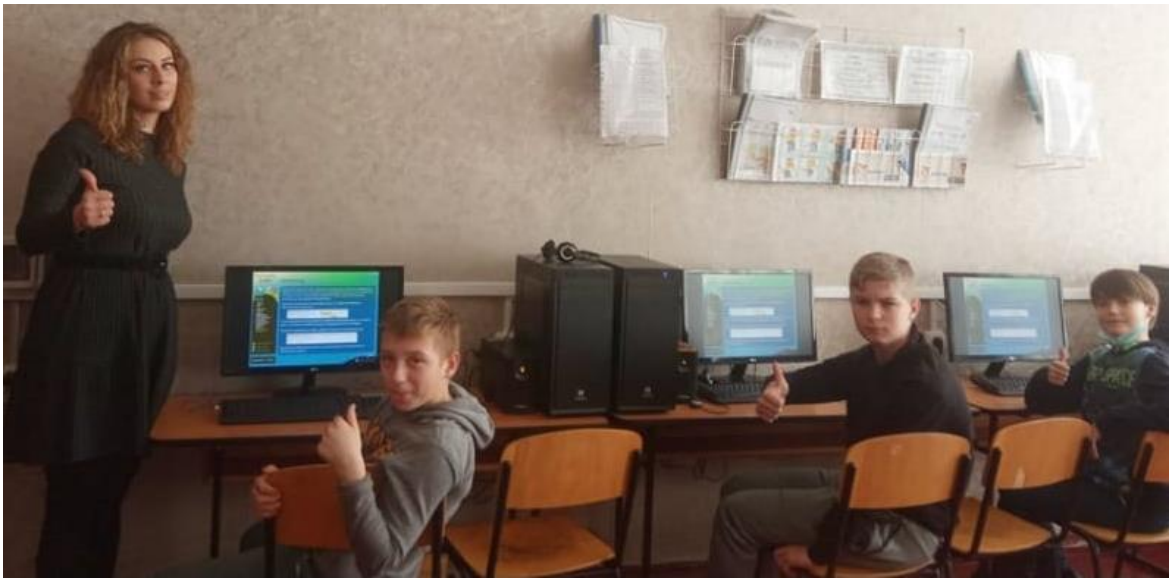
Її можна завантажити у архіві завдань на сайті конкурсу: http://bober.net.ua/page.php?name=archive&

У цьогорічному конкурсі використано задачі, запропоновані авторами з наступних країн: Австралія, Великобританія, Індія, Китай, Корея, Литва, Німеччина, Пакистан, Словаччина, США, Тайвань, Чехія.

Завдання від України підготували:

Світлана Васильченко (Запорізька єврейська гімназія "ОРТ-Алєф"),
Галина Гапиченко (Міська станція юних техніків, м. Миколаїв),
Володимир Ксьондзик (СЗОШ №9, м. Львів),
Надія Манько (Яворівський ЗЗСО №2, Львівська обл.),
Наталія Найдьон (ЗОШ №1 м. Горішні Плавні, Полтавська обл.),
Олег Погорєлов (Миргородська гімназія, Полтавська обл.),
Ростислав Шпакович (Львівський фізико-математичний ліцей).

Конкурс «Бобер-2021» розпочався



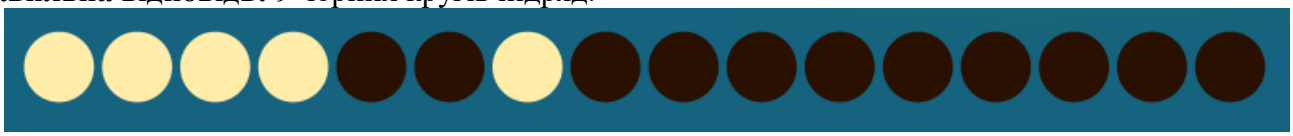
1. Задача «Послідовність»

автор – Ростислав Шпакович, Львів

А) Задача для 2-3 класів

Дано ряд з 16 кругів двох кольорів.
Колір кожного круга можна змінювати, клікаючи по ньому.
Отримайте найдовшу послідовність розташованих підряд кругів однакового кольору.
Дозволяється змінити колір лише двох кругів.

Правильна відповідь: 9 чорних кругів підряд.



Задачу розв’язали 78% учнів. Біля 20% учнів отримали лише 8 білих кругів зліва.
Виконайте завдання для 4-11 класів самостійно.

Б) Задача для 4-5 класів

Правильна відповідь: 8 чорних кругів підряд.
Задачу розв’язали 76% п’ятикласників та 81% шестикласників.

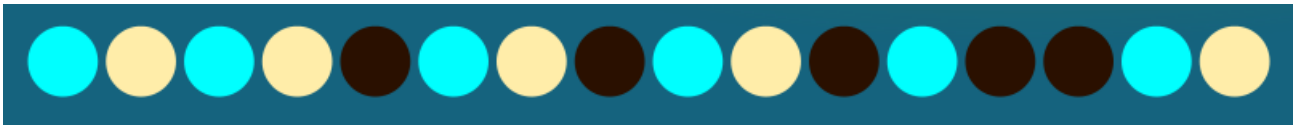
В) Задача для 6-7 класів

Дано ряд з 16 кругів трьох кольорів.

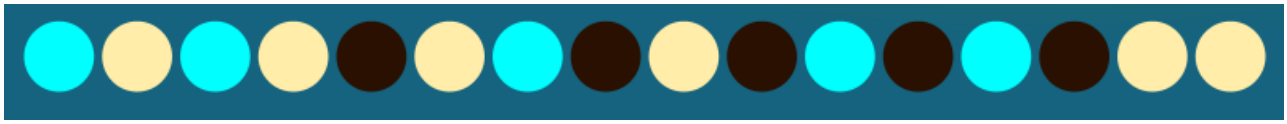
.
Відповідь: 6 чорних кругів підряд. Задачу розв’язали 82% учнів

Г) Задача для 8-9 класів

У задачах для 8 -11 класів дозволяється змінити колір лише трьох кругів.



Д) Задача для 10-11 класів



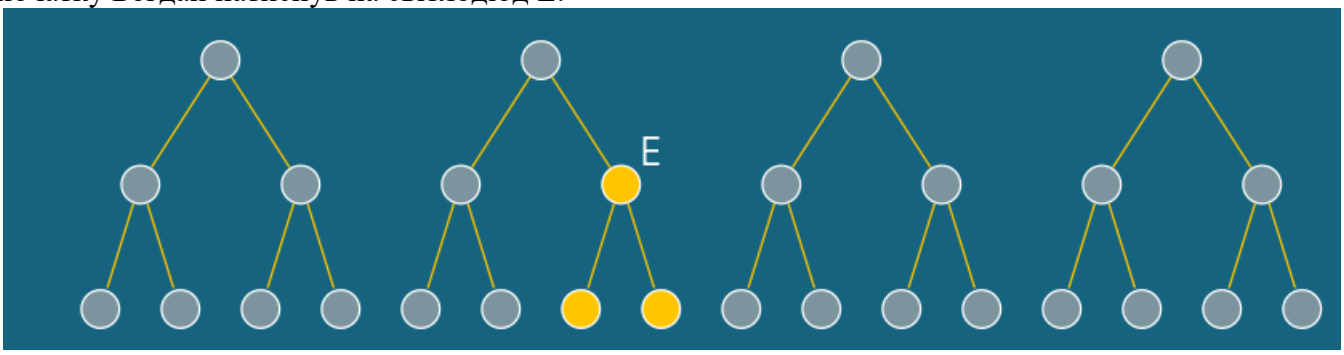
Відповідь: 7 чорних кругів підряд. Задачу розв’язали 86% учнів 8-11 класів.

2. Гірлянда

автор - Ростислав Шпакович, Львів

А) Задача для 2-5 класів

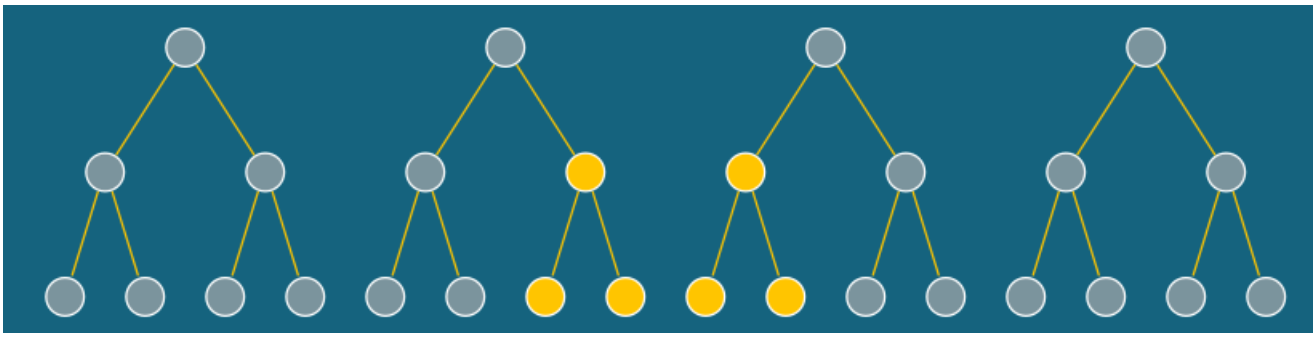
Гірлянда складається з 28 світлодіодів, з'єднаних між собою, як вказано на малюнку.
Спочатку всі світлодіоди вимкнуті (сірого кольору).
Бобренята Богдан та Яна грають у наступну гру. Вони по черзі натискають на один з вимкнутих світлодіодів. Після натискання включаються цей світлодіод і всі світлодіоди, розміщені під ним.
Спочатку Богдан натиснув на світлодіод E:



Перемагає той, хто вмикає останній світлодіод.
Допоможіть Яні перемогти.

Розв'язування.

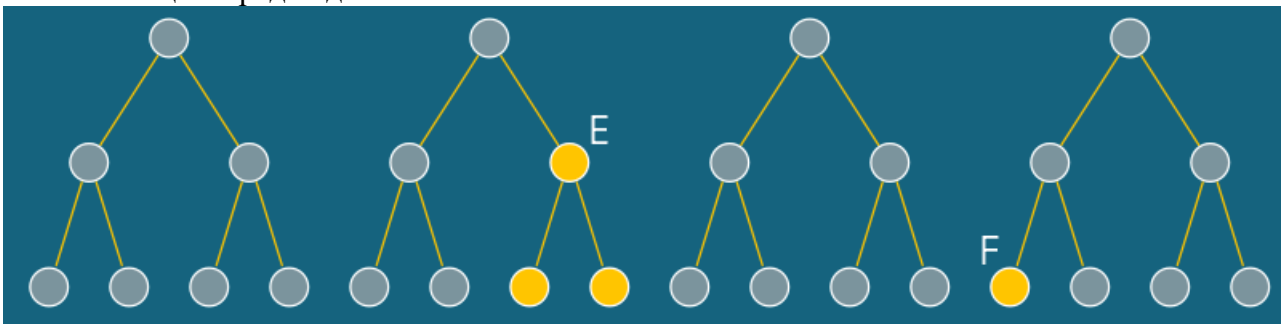
Ця задача належить до класу антагоністичних стратегічних ігор. Кожна позиція у грі є виграшною або програшною.
Найпростіша виграшна стратегія другого гравця полягає у тому, щоб на кожний хід суперника відповідати симеторично.
Приклад правильного першого ходу Яни:



Перемогти комп'ютер змогли 30% другокласників та 36% третьокласників.

Б) Задача для 4-5 класів

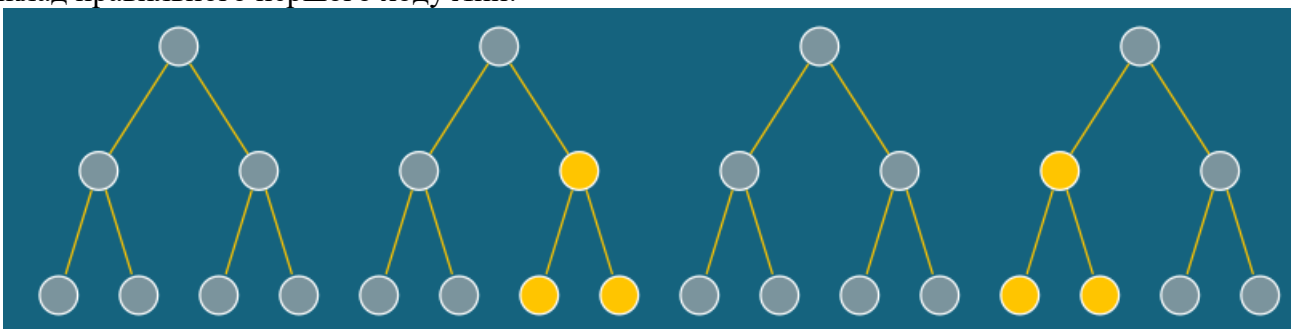
Початкова позиція перед ходом Яни:



Розв'язування.

Тут не вдається зразу отримати симетричну позицію. Тому потрібно шукати складнішу виграшну стратегію. Вона полягає у тому, щоб після кожного свого ходу залишати парну кількість виключених світлодіодів на кожній горизонталі.

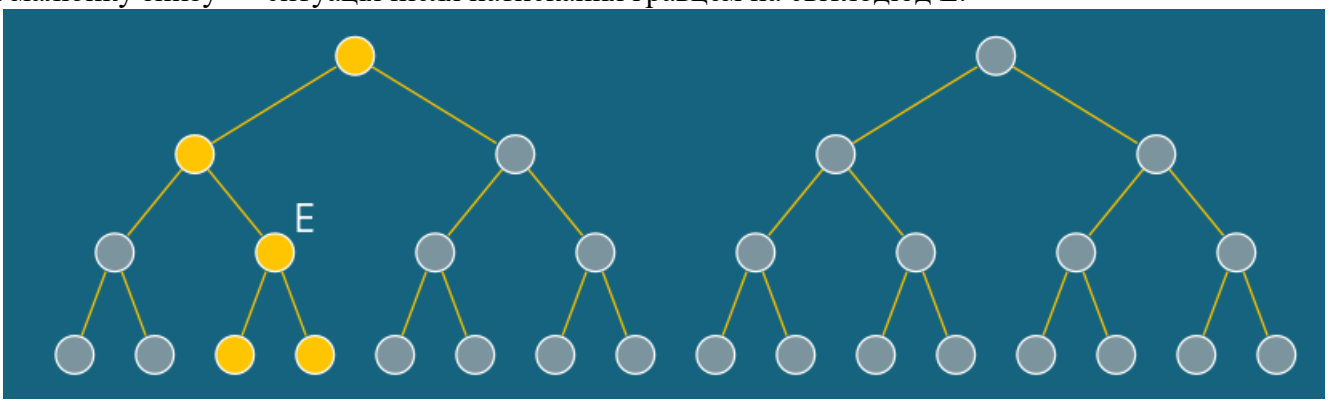
Приклад правильного першого ходу Яни:



Перемогти комп’ютер у цій грі змогли 22% учнів.

В) Задача для 6-7 класів

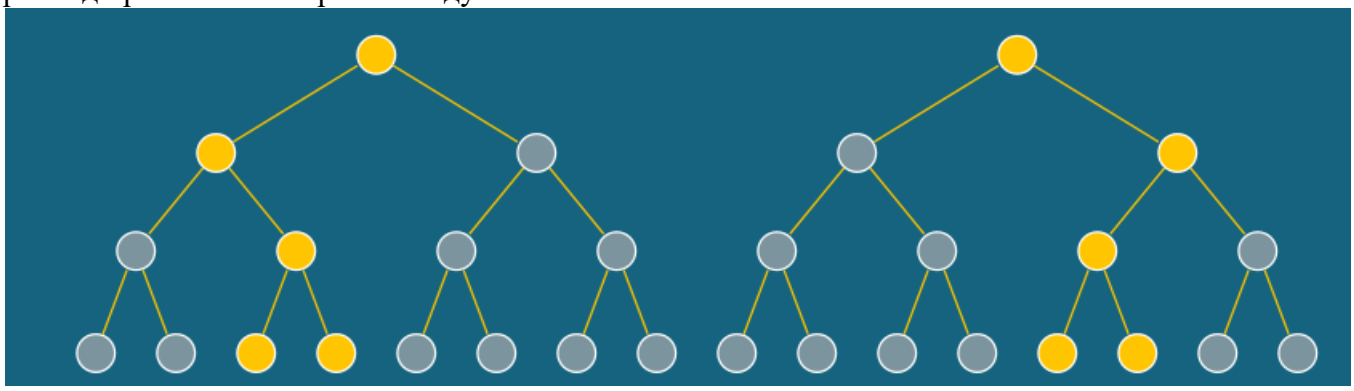
Гірлянда складається з 30 світлодіодів, з’єднаних між собою, як вказано на малюнку.
Спочатку всі світлодіоди вимкнуті (сірого кольору).
Бобренята Богдан та Яна грають у наступну гру. Вони по черзі натискають на один з вимкнутих світлодіодів. Після натискання на світлодіод, разом з ним включається весь ланцюжок світлодіодів зверху над ним, і всі світлодіоди, розміщені під ним.
На малюнку знизу — ситуація після натискання гравцем на світлодіод E.



Перемагає той, хто вмикає останній світлодіод. Зараз хід Яни.
Допоможіть їй перемогти.

Розв’язування.

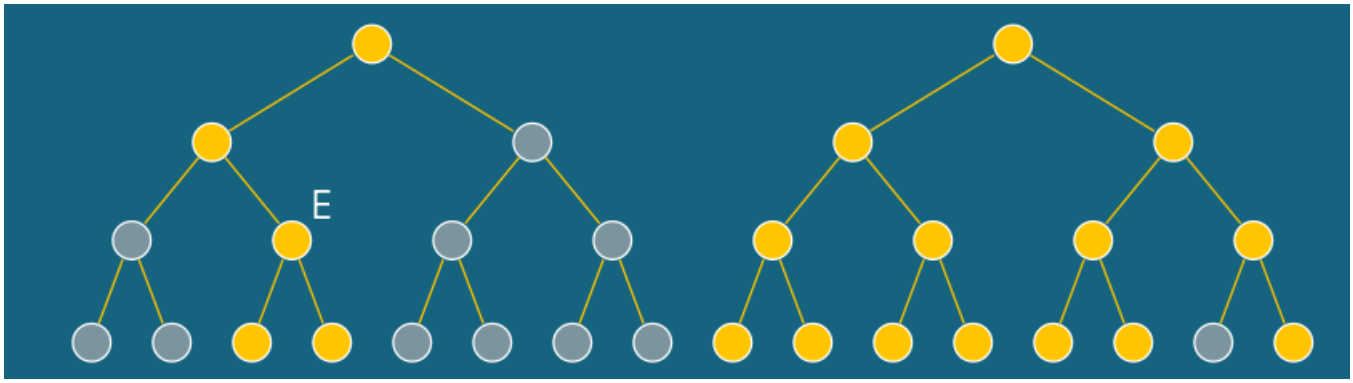
Як у задачі для наймолодших, найпростіша виграшна стратегія другого гравця полягає у тому, щоб на кожний хід суперника відповідати симеторично.
Приклад правильного першого ходу Яни:



Перемогти комп’ютер у цій грі змогли 42% учнів.

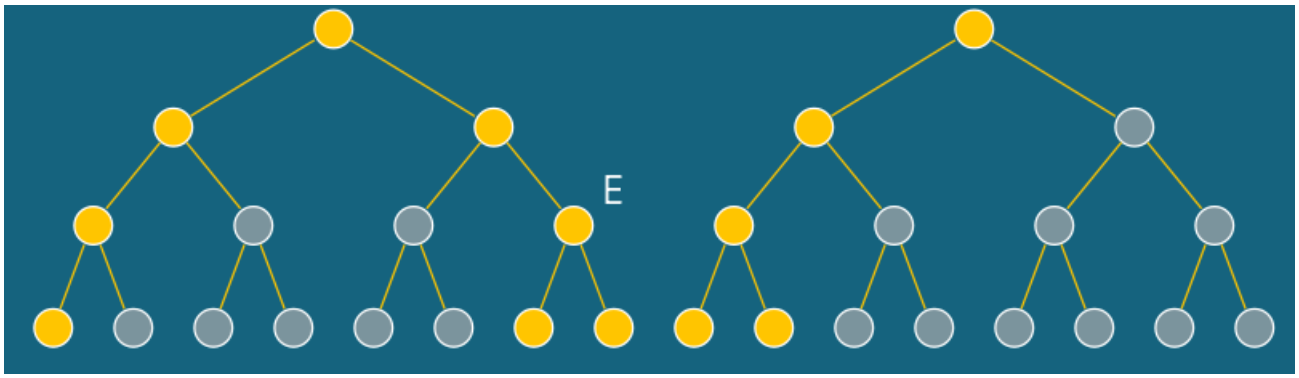
Г) Задача для 8-9 класів

На малюнку - ситуація після кількох ходів суперників.
Перемагає той, хто вмикає останній світлодіод. Зараз хід Яни.
Допоможіть їй перемогти.

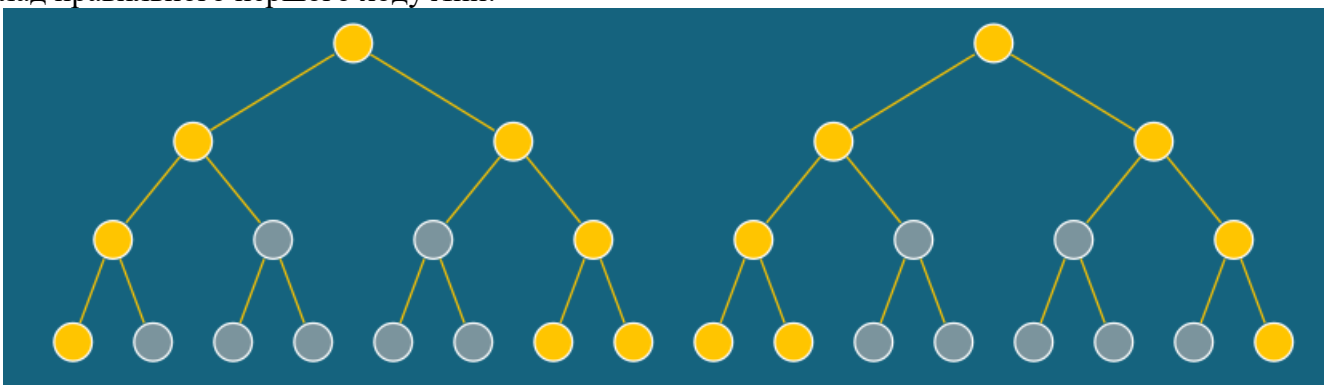


Розв’язування.
Тут не вдається зразу отримати симетричну позицію. Тому потрібно, як і в задачі для 4-5 класів, після кожного свого ходу залишати парну кількість виключених світлодіодів на кожній горизонталі. Попробуйте виграти самостійно. Перемогти комп’ютер у цій грі змогли 90% учнів.

Д) Задача для 10-11 класів



Розв’язування.
Як у задачі для наймолодших, найпростіша виграшна стратегія другого гравця полягає у тому, щоб після кожного ходу суперника створювати симетричну позицію.
Приклад правильного першого ходу Яни:

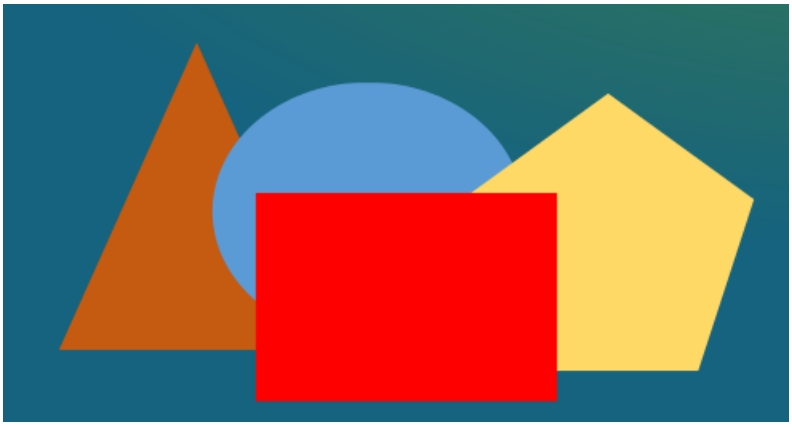


Початкова позиція була трохи складнішою, ніж у задачі для 8-9 класів.
Перемогти комп’ютер змогли 63% учнів.

3. Фігури

автор - Галина Гапиченко, Миколаїв
(2-3 класи)

Бобрик побудував у графічному редакторі чотири геометричні фігури.



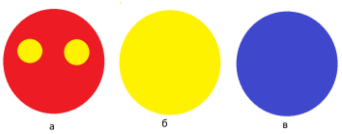
Виділіть фігуру, яку боброик намалював другою.
Відповідь: Круг.
Круг намальований пізніше, ніж трикутник. П’ятикутник і прямокутник намальовані пізніше, ніж круг. Правильну відповідь дали 67% учнів.

4. Малювання

автор – Надія Манько, Яворів, Львівщина

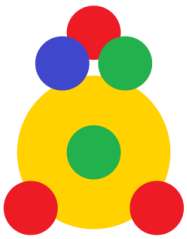
А) Задача для 2-3 класів

У середовищі графічного редактора бобренята використовують операцію заливання фігури іншим кольором.
Наприклад, три круги на малюнку а) можна залити синім кольором за дві операції:



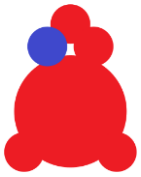
1) Вибрати жовтий колір та залити ним червоний круг - малюнок б).
2) Отриманий жовтий круг заливаємо синім кольором

Допоможіть бобренятам залити синім кольором сім кругів на малюнку знизу.
Зробіть це за мінімальну кількість заливань.



Розв’язування.
Оскільки нам потрібно позбутись жовтого, зеленого та червоного кольорів, мінімальна кількість заливань – три.
Тому на кожному кроці потрібно позбуватись одного кольору і, одночасно, отримувати єдину фігуру наступного кольору. Існує єдина послідовність заливань, яка дозволяє розв’язати задачу за три операції;

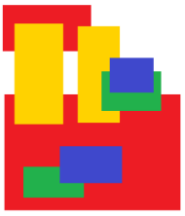
1) Заливаємо жовту фігуру зеленим кольором. Отримуємо єлину зелену фігуру.
2) Заливаємо зелену фігуру червоним кольором.Отримуємо єлину червону фігуру.
3) Заливаємо червону фігуру синім кольором.



Такий спосіб розв’язування задач за мінімальну кількість операцій називається жадібним алгоритмом. Найголовніше – знайти ідею жадібної реалізації. Задачі на знаходження та реалізацію жадібного алгоритму часто використовуються на олімпіадах з програмування.
Ця задача виявилась однією з найважчих. За три операції її розв’язали 30% учнів. Ще 24% учнів отримали розв’язок за 4 операції.

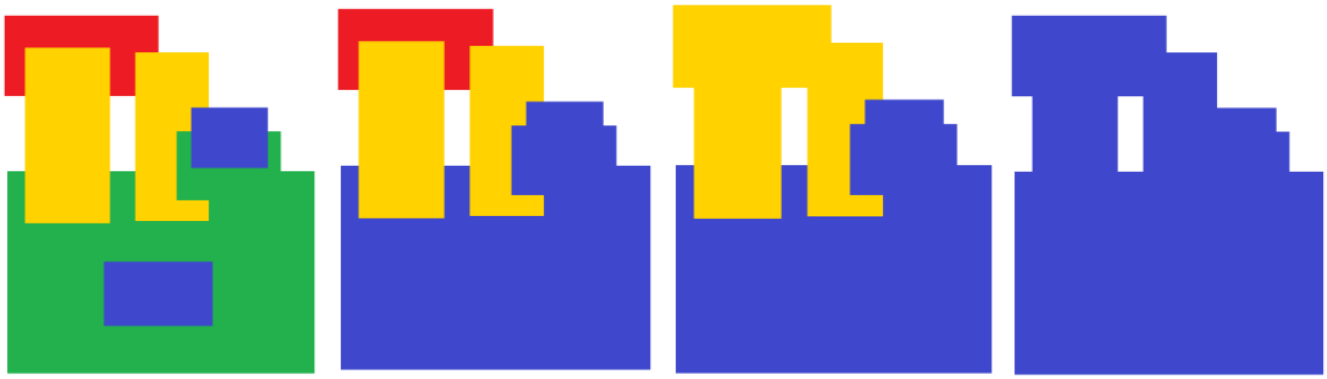
Б) Задача для 4-5 класів

Допоможіть бобренятам залити синім кольором вісім прямокутників на малюнку справа. Зробіть це за мінімальну кількість заливань.



Розв’язування.
На відміну від задачі для 2-3 класів, тут у нас немає єдиної фігури певного кольору. Тому на першому кроці потрібно отримати таку фігуру.
Далі використовуємо такий же жадібний алгоритм, як у попередній задачі. Наприклад:

1) Заливаємо більшу червону фігуру зеленим кольором. Отримуємо єдину зелену фігуру.
2) Отримуємо єдину синю фігуру.
3) Отримуємо єдину жовту фігуру.
4) Заливаємо жовту фігуру синім кольором.



За чотири операції задачу розв’язали 27% учнів. Ще 40% учнів отримали розв’язок за 4 операції.

В) Задача для 6-11 класів

Допоможіть бобренятам залити синім кольором всі фігури на малюнку справа. Зробіть це за мінімальну кількість заливань.

Розв’язування.
Як базову ідею розв’язування можна використати наступний жадібний алгоритм:
На кожному кроці повністю позбуватись одного з непотрібних кольорів. При цьому одночасно отримувати єдину фігуру кольору останнього заливання. Оскільки непотрібних кольорів є чотири, то мінімальна кількість операцій не може бути меншою за 4.
Але оскільки у нас є аж 7 фігур жовтого кольору, то цей алгоритм можна реалізувати лише для отримання кінцевої фігурм жовтого кольору. Для отримання фігури синього кольору необхідно мінімум п’ять операцій. Наприклад:

1) Позбуваємось зеленого кольоруі і отримуємо єдину червоного кольору.
2) Позбуваємось червоного кольору і отримуємо єдину фігуру пурпурового кольору
3) Позбуваємось пурпурового кольору
4) Отримуємо єдину фігуру жовтого кольору
5) Отримуємо єдину фігуру синього кольору

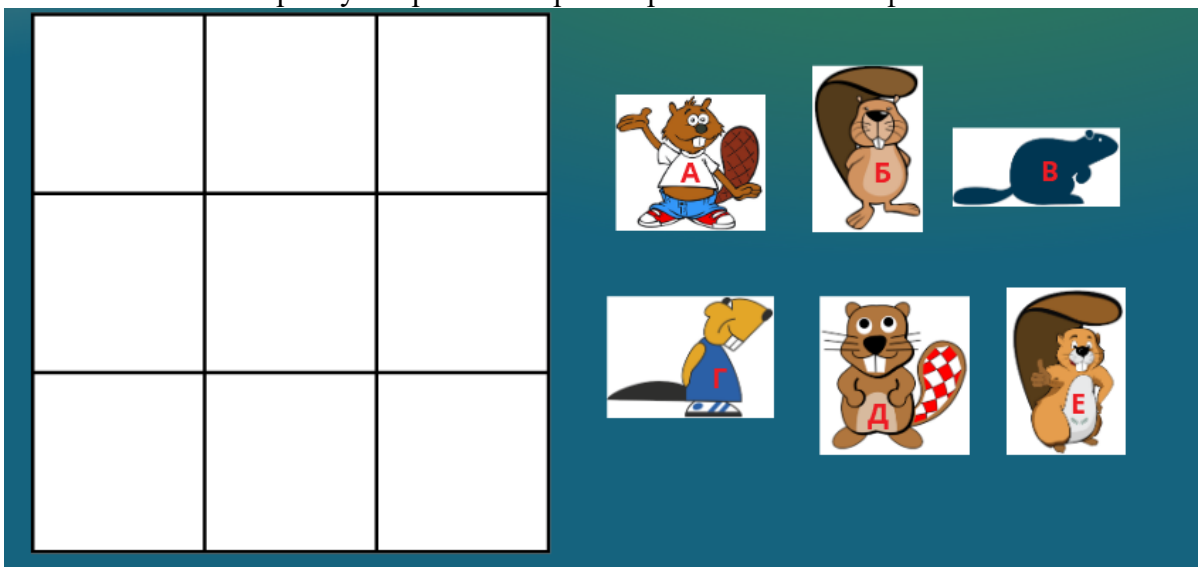
За п’ять операцій задачу розв’язали від 34 % учнів 6-го класу до 59% учнів 11-го класу.

5. Іграшки

автор – Бінлян Ліао, Китай

(2-5 класи)

Зранку бобренята забрали іграшки з своїх шафок.



Ввечері вони повинні поставити іграшки на свої місця.
Але кожне бобреня пам’ятає лише таке:
Антон: Моя іграшка справа від іграшки Еліни;
Боб: Моя іграшка під іграшкою Антона і зліва від іграшки Віри;
Віра: Іграшка Галі під моєю;
Галя: Іграшка Дмитрика зліва від моєї;
Дмитрик: На кожній іграшці написана перша літера імені її власника;
Еліна: У моєї іграшки коричневий хвіст.

Допоможіть бобренятам розставити іграшки на свої місця.

	Е	А		
		Б	В	
		Д	Г	

Розв’язування.
Найпростіший спосіб розв’язування – розставляти іграшки у клітинках таблиці великих розмірів послідовно дотримуючись кожної умови.
Спочатку згідно першої умови розставляємо літери Е і А.
Потім згідно другої умови розставляємо літери Б і В, і т.д.

Робимо висновок, що для таблиці розмірами 3х3 існує єдиний спосіб розстановки.

Задачу розв’язали від 65 % учнів 2-го класу до73% учнів 5-го класу.

6. Фауна

автор – Валентина Дагєне, Литва
(2-5 класи)

Назви рідкісних представників фауни внесені у Червону книгу України. Деякі можна прочитати, рухаючись по літерах на малюнку знизу за певним маршрутом.
Наприклад, слово БАБАК можна знайти, якщо рухатись за таким маршрутом:

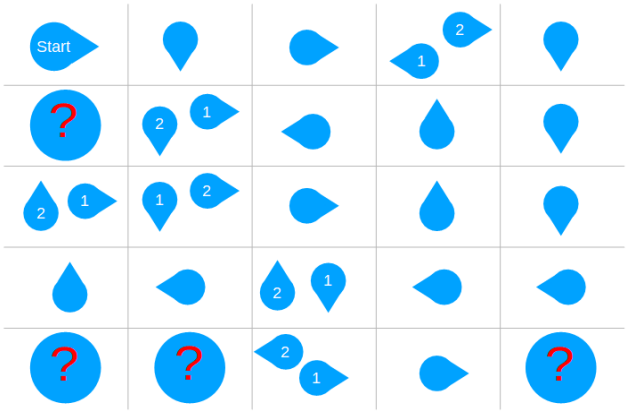
Знайдіть назву птаха з Червоної книги, клікаючи по літерах на малюнку у такій послідовності:

Відповідь: Журавель.
Ця задача виявилась найлегшою.Її розв’язали від 87% другокласників до 94% п’ятикласників.

7. Скарб

автор – Карстен Шульц, Німеччина
(2-9 класи)

Шукачі скарбів знайшли карту острова, але не розуміють позначень на ній.

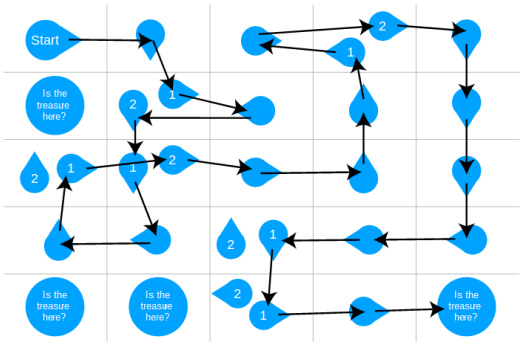


Наймолодший мандрівник Джим Гокінс пригадав, що старий моряк Біллі Бонс дав йому на зберігання таку записку:

Мітка				
Пояснення	Починайте звідси і рухайтесь у вказаному напрямку	Рухайтесь у вказаному напрямку	Якщо ви тут вперше, рухайтесь у вказаному напрямку	Якщо ви тут вже були, рухайтесь у вказаному напрямку

Допоможіть друзям знайти скарб. Для цього клікніть у клітинці, де закопано скарб.

Відповідь.

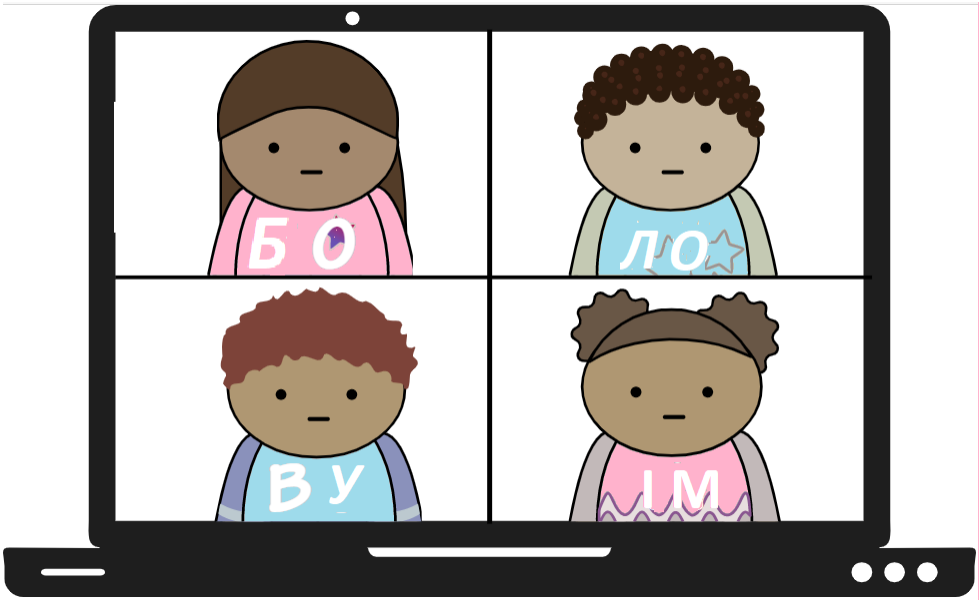


Правильний маршрут знайшли від 53% учнів 2-го класу до 82% учнів 9-го класу.

8. Відеочат

автор – Кірстен Шлютер, Німеччина
(2- 3 класи)

На онлайн зустрічах Ви бачите своє зображення, як у дзеркалі.
Бо, Ло, Ву і Мі зустрічаються у відеочаті. Їхні імена вказані на футболках.



Чий екран Ви бачите зараз?

Відповідь: Мі.
Лише це ім'я відображене дзеркально.
Задачу розв'язали 66% учасників конкурсу.

9. Беброленд

автор – Надія Манько, Яворів, Львівщина

А) Задача для 2-5 класів

Бобренята вирішили гарно провести кілька днів у литовському Беброленді. Щодня на вході можна придбати або одноденний квиток, або абонемент на сьогодні та на всі наступні дні.
Бобрненята хочуть, щоб загальна сума витрачених коштів була якнайменшою.

Приклад. Нехай кількість днів відпочинку – 5, а вартості квитків та абонементів по днях такі:

Порядковий номер дня	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Вартість одноденного квитка	**5**	**2**	5	8	8
Вартість абонемента	30	25	**20**	18	10

Тоді найвигідніше в перші два дні придбати одноразові квитки, а на третій день – абонемент.
Витрачена сума становитиме 5+2+20=27 бебро.

Бобренята приїхали на 6 днів, а вартості квитків та абонементів такі:

Порядковий номер дня	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Вартість одноденного квитка	7	5	1	4	3	2
Вартість абонемента	25	14	10	7	6	5

Допоможіть бобренятам придбати найдешевший набір квитків.
Розв'язвування.
Потрібно розглянути всі можливі варіанти, та вибрати надешевший:

1) Абонемент на 6 днів — 25 бебро.
2) Одноденний квиток і абонемент на 5 днів — 7+14=21(бебро).
3) Два одноденних квитки і абонемент на 4 дні — 7+5+10=22(бебро).
4) Три одноденних квитки і абонемент на 3 дні — 7+5+1+7=20(бебро)

Наступні варіанти є дорожчими.
Відповідь. 20 бебро.
Задачу правильно розв'язали 30% учнів 2-4-х класів та 40% учнів 5-х класів.
Задачі для старших класів розв'яжіть самостійно.

Б) Задача для 6-7 класів

Бобренята приїхали на 7 днів, а вартості квитків та абонементів такі:

Порядковий номер дня	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Вартість одноденного квитка	7	5	3	2	3	1	9
Вартість абонемента	25	15	10	6	3	2	5

Відповідь. 20 бебро.
Задачу правильно розв'язали 40% учнів 6-7-х класів.

В) Задача для 8-11 класів

Бобренята приїхали на 9 днів, а вартості квитків та абонементів такі:

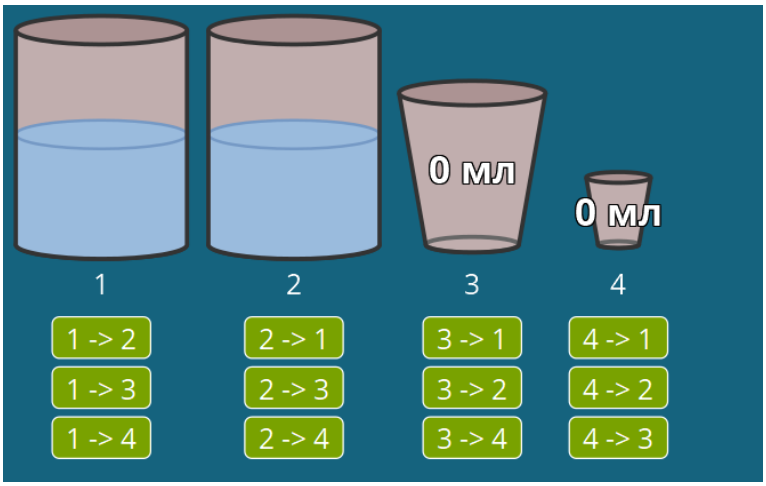
Порядковий номер дня	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
Вартість одноденного квитка	7	8	15	10	5	1	4	5	7
Вартість абонемента	50	45	37	18	10	2	3	1	4

Відповідь. 47 бебро.
Задачу правильно розв'язали від 38% учнів 8-х класів до 48% учнів 11-х класів.

10. Торт

автор - Маріос Чударі, Пакистан
(2-11 класи)

Броня збирається спекти торт. Для цього їй потрібно рівно 700 мілілітрів молока. У неї є дві відкриті літрові пляшки молока. У кожній з них трохи більше, ніж 500 мл. Крім того, у неї є дві порожні посудини місткістю 500 і 100 мл.
Допоможіть отримати рівно 700 мл молока у одній з пляшок за найменшу кількість переливань. За одне переливання можна або повністю наповнювати, або повністю опорожнювати одну з посудин. Для кожного переливання натискайте на відповідну кнопку.

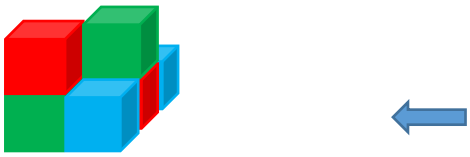


Відповідь. 6 переливань.
Наприклад: 1->2, 2->3, 3->4, 4->2, 3->4, 4->2.
За 6 переливань рівно 700 мл молока отримали від 28% учнів 2-го класу до 51% учнів 11-го класу.

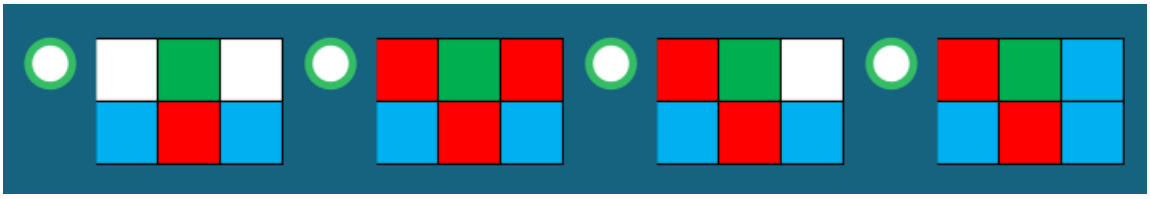
11. 3D

автор – Галина Гапиченко, Миколаїв
(4-9 класи)

У редакторі 3-D графіки побудовано таку модель:



Оберіть вигляд об'єкта з боку стрілки:

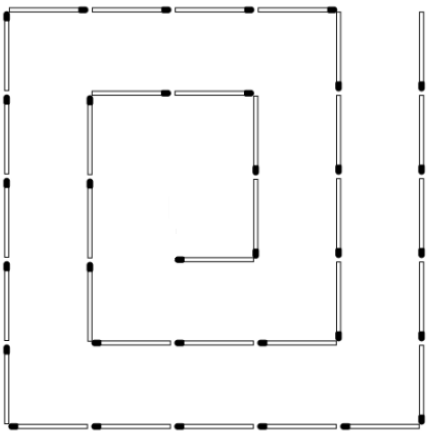


Правильна відповідь – третя.
Лише у правому верхньому кутку немає жодного кольорового кубика.
Таку відповідь вказали від 65% учнів 4-го класу до 87% учнів 9-го класу.

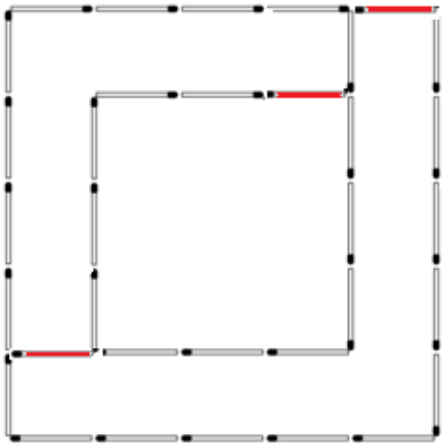
12. Сірники

Автор - Наталія Найдьон, Горішні Плавні, Полтавщина
(4-9 класи)

Перекласти три сірники так, щоб утворилося 3 квадрати з сторонами 5, 4 і 3 відповідно.



Відповідь.



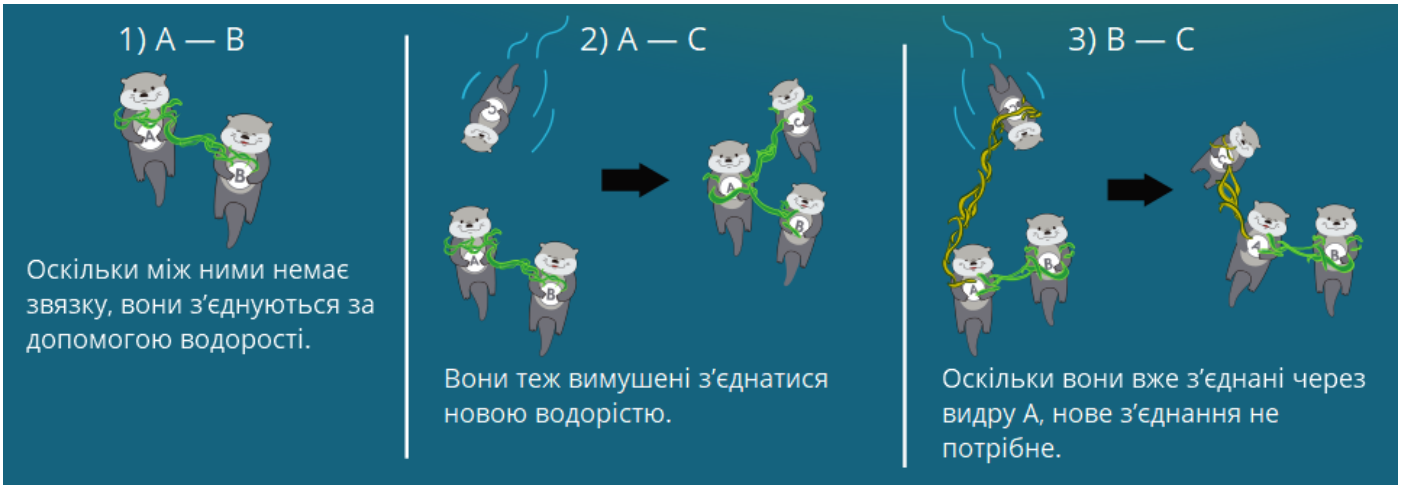
Таку відповідь отримали від 69% учнів 4-го класу до 88% учнів 9-го класу.

13. Видри

автор - Я-Чун Су, Тайвань

А) Задача для 4-7 класів

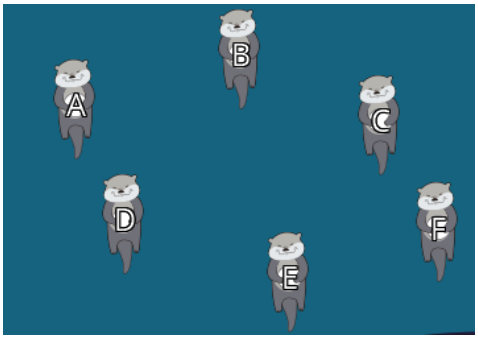
Щовечора видри збираються біля свого острова для нічного сну. Для того, щоб попередити один одного про можливу небезпеку вони з'єднуються за допомогою водоростей.
Тому, коли дві видри зустрічаються, вони спочатку перевіряють чи вони вже з'єднані. Якщо ні, то вони з'єднуються між собою новою водорістю.
Наприклад, нехай видри A, B і C попарно зустрічаються у такій послідовності:



Нехай шість видр зустрічаються у такій послідовності:

A — B, A — C, B — C, D — E, A — E, D — F, A — F.

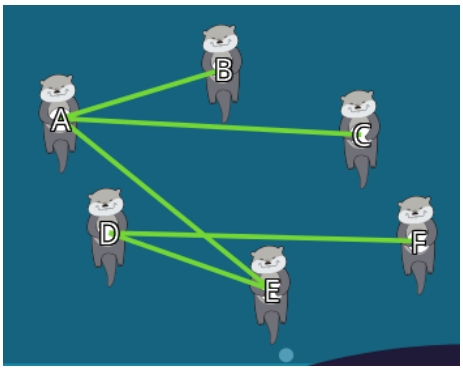
Вкажіть всі пари видр, які будуть з'єднані між собою напряму.



Відповідь:

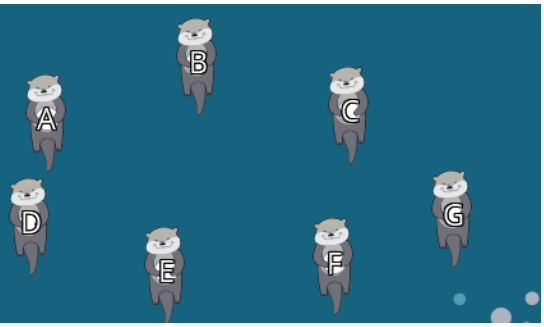
Для молодших учасників задача виявилась досить складною:

Правильну відповідь отримали від 9% учнів 4-го класу до 17% учнів 7-го класу.



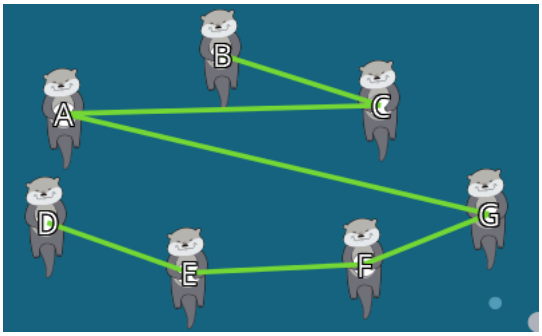
Б) Задача для 8-11 класів

Нехай сім видр зустрічаються у такій послідовності:
A — C, B — C, D — E, E — F, A — G,
F — G, A — B, F — A, D — A, E — A.
Вкажіть всі пари видр, які будуть з'єднані між собою напряму.



Відповідь на малюнку справа**:**

Правильну відповідь отримали від 21% учнів 8-го класу до 27% учнів 11-го класу.



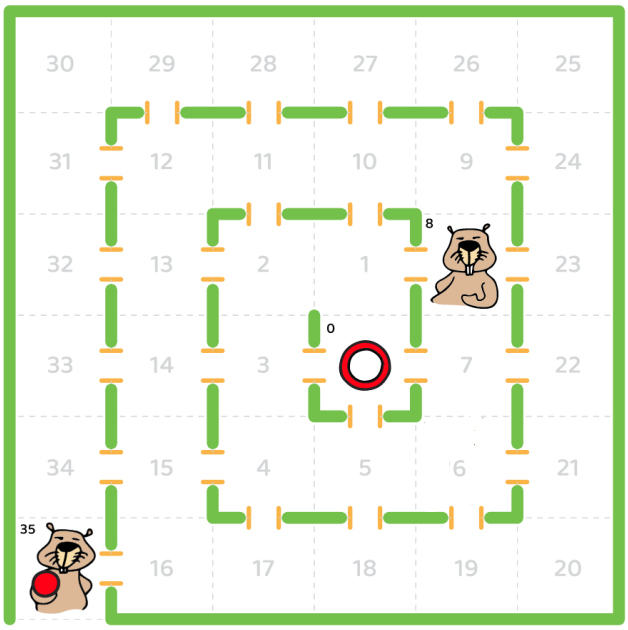
14. Вікна

автор - Претіуш Понкенті, Індія
(4-11 класи)

Два бобрики можуть рухатися по лабіринту у вигляді спіралі. За один рух бобрик може:

- перекласти м’ячик у сусідню клітинку через вікно у стіні;
- перейти вздовж лабіринту у сусідню клітинку сам, або з м’ячиком.

Допоможіть бобрикам перемістити м’ячик з 35-ї клітинки в кільце у нульовій клітинці за найменшу кількість рухів:



Відповідь: 14 рухів.

Підказка: Перший бобрик переносить м’ячик у 26-ту клітинку і передає його у 9-ту клітинку другому бобрику.

Такий маршрут знайшли від 44% учнів 4-го класу до 66% учнів 11-го класу.

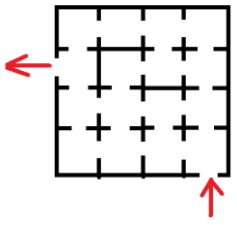
15. Галерея

автор – Наталія Найдьон, Горішні Плавні, Полтавщина
(6-11 класи)

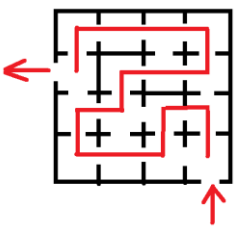
Картинна галерея складається з 16 залів, з’єданих між собою так, як вказано на малюнку.

В хід та вихід позначені червоними стрілками. Допоможіть скласти маршрут проходження всієї галереї.

У кожний зал потрібно заходити рівно один раз.



Відповідь:

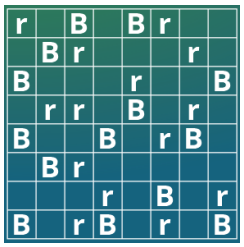


Такий маршрут знайшли від 83% учнів 4-го класу до 93% учнів 11-го класу.

16. Нори

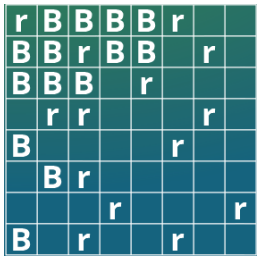
автор – Кріс Роффі, Великобританія

А) Задача для 6-7 класів



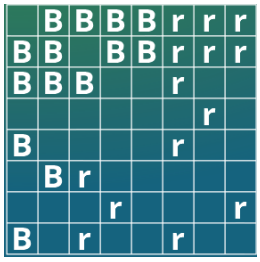
4 борсукам та 14 кроликам виділили для їхніх нірок по ділянці на полі розмірами 8*8. Літерою B позначені ділянки для борсуків, літерою r – ділянки для кроликів. Всі звірята дотримуються правила:
Якщо кількість сусідів його виду менша за кількість сусідів іншого виду, звірятко відмовляється поселятись на такій ділянці.

Тому бобер-розпорядник поля здійснює велике розселення за таким алгоритмом:
1. Починаючи з лівого верхнього кутка, він послідовно проходить всі рядки зліва направо і перевіряє, чи виконується вказане правило для кожного з борсуків.
2. Якщо правило виконується, борсук поселяється на цю ділянку.
3. Якщо правило не виконується, здійснюється пошук придатної ділянки у такому ж порядку: починаючи з лівого верхнього кутка, по рядках зліва направо.
Борсук зразу ж поселяється на першу придатну ділянку.
4. Після перевірки всіх борсуків, операції 1-3 виконуються для всіх кроликів.
Тобто, першим перевіряється борсук з третьої клітинки верхнього рядка. Оскільки його сусідами є один борсук та один кролик, він посилається на запланованому місці.
Наступним перевіряється борсук з п’ятої клітинки верхнього ряду. Його сусідом є лише один кролик. Тому цю літеру B потрібно перетягнути у другу зліва клітинку верхнього ряду.
Допоможіть бобру виконати вказаний алгоритм.



Розв’язування. Після поселення всіх борсуків поле матиме такий вигляд:

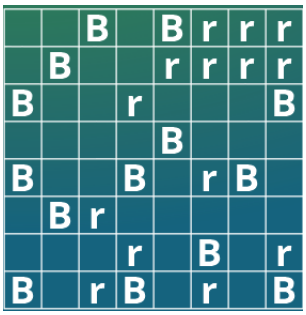
Остаточний вигляд поля після поселення всіх кроликів:



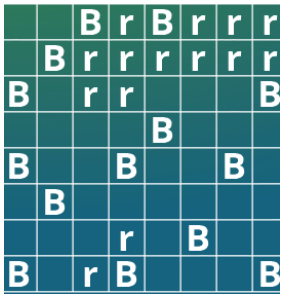
Задача виявилась найважчою. Акуратно і повністю правильно вказаний алгоритм виконали лише 5% учасників конкурсу.

Б) Задача для 8-11 класів

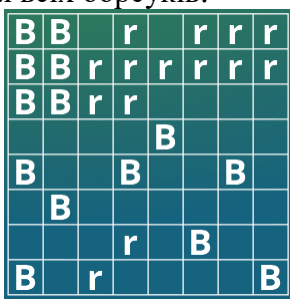
Єдина відмінність умови задачі для старшокласників у тому, що спочатку здійснюється розселення кроликів, а потім – борсуків.
Розв’язування. Після поселення перших восьми кроликів поле матиме вигляд:



Саме тут більшість учасників зробили помилку. Вони продовжили поселяти решту кроликів у кінець третього рядка. Насправді тепер появилась можливість поселяти кроликів у другий та перший рядок. Вигляд поля після поселення всіх кроликів:



Остаточний вигляд поля після поселення всіх борсуків:



Повністю правильно реалізували алгоритм від 3% восьмикласників до 9% одинадцятикласників.

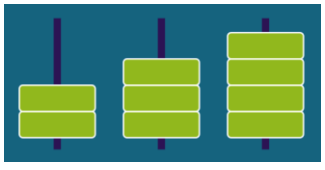
17. Фан Тан

автор – Онг Єль Дзюн, Корея

А) Задача для 6-7 класів

Щоб зацікавити бобренят теорією алгоритмів, старий бобер-програміст навчив їх древньої китайської гри фан-тан. Суть гри така — на кожній з осей певна кількість кілець. Два гравці по черзі знімають довільну кількість кілець з однієї з осей. Виграє той, хто забирає останнє кільце.
Допоможіть бобренятам перемогти старого бобра.
Якщо ви хочете зняти за один хід кілька кілець — виділяйте і знімайте найнижче з них.
Розв'язування. Виграшна стратегія тут дуже проста – після свого ходу потрібно залишатти однакову кількість кілець на кожній осі. Тобто на першому ході потрібно зняти 2 кільця з правої осі.
Ця ігрова задача виявилась найлегшою. Виграшний алгоритм знайшли 87% учнів.

Б) Задача для 8-9 класів



Розв'язування.
Одна з найпростіших виграшних стратегій у цій грі – залишити супернику одну вісь порожньою, а на двох інших – однакову кількість кілець.
При заданій тут початковій кількості кілець ця стратегія реалізується за два ходи.
У початковій позиції є єдиний виграшний хід: зняти три кільця з третьої осі. При будь-якому іншому першому ході, виграшну стратегію вже буде реалізовувати комп'ютер. Виграшний алгоритм знайшли 71% учнів.

В) Задача для 10-11 класів

Задача з такими початковими кількостями кілець на осях набагато складніша, ніж відповідні задачі для молодших учнів. Отримати перемогу над комп'ютером змогли лише 23% учнів.

Щоб пояснити виграшний алгоритм, запишемо початкові кількості кілець на осях у двійковій системі числення наступним чином:

Десяткова	Двійкова система числення		
2		1	0
4	1	0	0
7	1	1	1

Вигршний алгоритм полягає у тому, щоб залишати парну кількість одиничок у кожному стовпчику представлення чисел у двійковій системі числення. Тоді суперник змушений буде порушувати умову парності у одному з стовпчиків. Тому, єдиний виграшний хід у початковому положенні – зняти одне кільце з третьої осі:

Десяткова	Двійкова система числення		
2		1	0
4	1	0	0
6	1	1	0

Спробуйте реалізувати цей алгоритм до остаточної перемоги над комп'ютером.

У програмуванні використовується логічна операція **XOR**, відома ще, як бінарне додавання за модулем 2. У електронних таблицях відповідна функція називається **BITXOR**.
Нагадаємо основні правила операції **XOR**.
0 **XOR** 0 = 0; 0 **XOR** 1 = 1; 1 **XOR** 0 = 1; 1 **XOR** 1 = 0.
Цю операцію також можна використовувати і для десяткових чисел.
Зокрема, 2 **XOR** 4 = 6, 4 **XOR** 6 = 2, 2 **XOR** 6 = 4, 2 **XOR** 4 **XOR** 6= 0.
Іншими словами, виграшна стратегія у цій грі полягає у тому, щоб після кожного вашого ходу виконувалась умова:

a XOR b XOR c= 0,

де **a, b, c** – кількості кілець на осях.

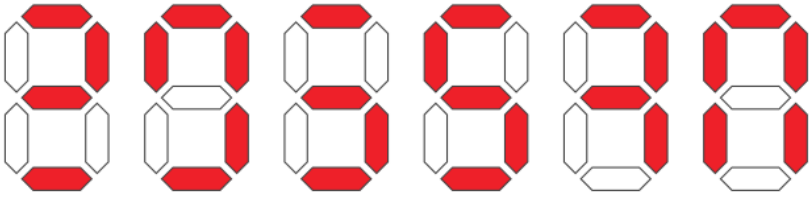
18. Табло

автор – Іржі Ванічек, Чехія

A) Задача для 6-7 класів

На електронному табло кожна цифра висвічується за допомогою семи світлодіодних елементів наступним чином:

Оператор набрав на клавіатурі число з шести різних цифр.
Він побачив, що у кожній цифрі не засвітилось рівно по одному елементу:



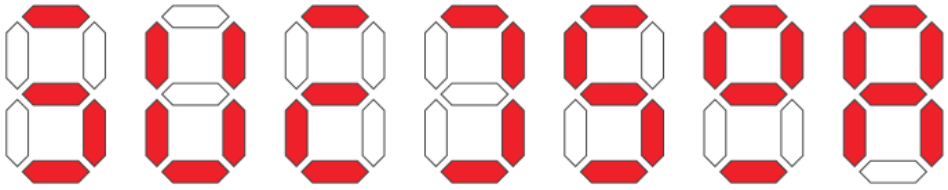
Піднявшись до табло, оператор забув, у якому порядку він набрав ці цифри.
Допоможіть йому замінити всі шість несправних елементів.
Для цього клікніть по відповідному елементу кожної цифри.

Відповідь: набране число – **295630.**

Спочатку однозначно визначаються дві останні цифри – **3** і **0**.
Після цього визначаються перша і третя цифри – **2** і **5**.
Після цього, на другій та четвертій позиціях можуть бути лише **9** і **6**.
Правильнву відповідь отримали 75% шестикласників та 80% семикласників.

Б) Задача для 8-9 класів

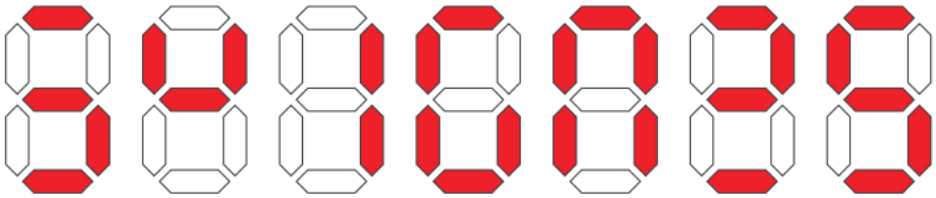
Оператор набрав на клавіатурі число з семи різних цифр.
Він побачив, що у кожній цифрі не засвітилось рівно по одному елементу:



Допоможіть йому замінити всі сім несправних елементів.
Для цього клікніть по відповідному елементу кожної цифри.
Спробуйте розв'язати цю задачу самостійно.
Правильнву відповідь отримали 85% учасників конкурсу.

В) Задача для 10-11 класів

Тут початковий стан табло був трохи скаладнішим:



У кожній цифрі не засвітилось рівно по одному елементу. Розташування несправних елементів не співпадають для жодної пари цифр.
Підказка: спочатку однозначно визначається друга цифри – **4**.
На передостанній позиції може бути лише двійка або трійка. Але розташування елемента, який необхідно замінити для утворення трійки, вже використане для другої цифри. Тому, передомтання цифра – **2**. Завершіть розв'язування задачі самостійно.
Правильнву відповідь отримали 67% учасників конкурсу.

19. Гребля

автор – Світлана Васильченко, Запоріжжя
8-11 класи

Бобри будують греблю з трьох видів деревини.
П'ять бобрів використовують осику та тополю.
Три бобри використовують осику та вербу.
Чотири бобри використовують тополю та вербу.
Один бобер використовує всі три види деревини.
Старший бобер відобразив цю інформацію на діаграмі:

Тут через **x, y, z** позначено кількості бобрів що використовували лише або вербу, або осику або тополю відповідно.
Відомо, що вербу всього використовували 9 бобрів, осику — 12 бобрів, тополю — 10 бобрів.
Скільки всього бобрів брали участь у будівництві греблі?

- 31
- 18
- 17
- 16

Підказка.
З останнього речення умови випливають такі рівності:
x+1+3+4=9
y+1+3+5=12
z+4+1+5=10
Звідси: **x=1, y=3, z=0.**

20. Іграшки

автор – Даніела Безакова, Словаччина
(8-11 класи)

Ганнуся та Марічка прикрашають різдвяну ялинку, використовуючи 18 різних іграшок. Іграшки мають різну форму (кулька, зірочка, дзвіночок), колір (червоний, зелений, синій). На половині іграшок нанесений візерунок.

Марічка хоче, щоб Ганнуся відгадала, яка її улюблена іграшка.
Ганнуся може ставити лише такі запитання, на які існують лише відповіді “Так” або “Ні”. Наприклад: “ На твоїй улюбленій іграшці намальований візерунок?”
Яка найменша кількість запитань потрібна, щоб точно визначити улюблену іграшку Марічки?
Розв’язування. Кожна **в**ідповідь “Так” або “Ні” гарантовано виключає не більше половини варіантів, що залишились. Тому мінімальна кількість запитань – 5.
Наприклад:
Перше запитання “ На твоїй улюбленій іграшці намальований візерунок?” – після відповіді залишається 9 варіантів.
Друге і третє запитання гарантовано визначають колір іграшки – залишиться лише три варіанти.
Четверте і п’яте запитання дозволяють визначити улюблену іграшку.
Правильнву відповідь дали від 36% восьмикласників та 43% одинадцятикласників.

21. Тайник

автор – Володимир Ксьондзик, Львів
(10 -11 класи)

Тайник замаскований шафою з висувними шухлядками, пронумерованими від 1 до 35.
Для того, щоб її відкрити, потрібно витягнути рівно шість шухлядок.
Відомо, всі номери цих шухлядок є цифрами Фібоначчі і їхня сума дорівнює **63.**
Числа Фібоначчі це послідовність, у якій перші два числа дорівнюють одиниці, а кожне наступне число дорівнює сумі двох попередніх:

1, 1, 2, 3, 5, 8...

Виділіть шухлядки, які потрібно витягнути, щоб попасти у тайник.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35

Розв’язування.
Всього є 8 різних чисел Фібоначчі, менших за 35:

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34.

Їхня сума дорівнює **87.** Тому потрібно відкинути два числа Фібоначчі, сума яких дорівнює **24.**
Це числа **3 і 21**.
Відповідь: **1, 2, 5, 8, 13, 34.**
Правильний набір чисел Фібоначчі отримали 43% учасників конкурсу.

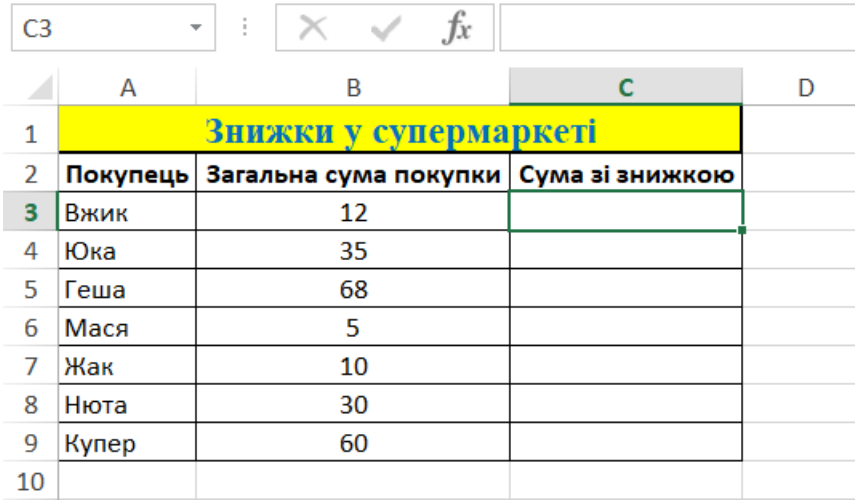
22. Знижки

автор - Олег Погорєлов, Миргород, Полтавщина
(10 - 11 класи)

Бебро - це власна грошова одиниця у казковій країні Бобролядія.
Знижка у супермаркеті надається від загальної суми покупки таким чином:

- 2% – від 10 до 30 бебро;
- 5% – від 30 до 60 бебро;
- 10% – від 60 бебро.

Яку формулу потрібно ввести в комірку C3 електронної таблиці та скопіювати її на діапазон C4:C9:



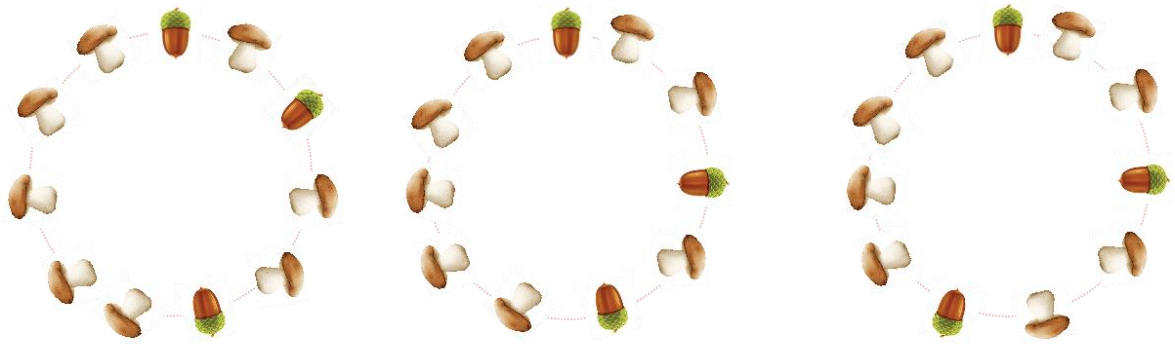
- =IF(B3>=60;0,9*B3;IF(B3>=30;0,95*B3);IF(B3>=10;0,98*B3;B3))
- =IF(B3>=60;0,9*B3;IF(B3>=30;0,95*B3);IF(B3>=10;0,98*B3);B3)
- =IF(B3>=60;0,9*B3;IF(B3>=30;0,95*B3;IF(B3>=10;0,98*B3;B3)))
- =IF(B3>=60;10*B3;IF(B3>=30;5*B3;IF(B3>=10;2*B3;B3)))

Відповідь: =IF(B3>=60;0,9*B3;IF(B3>=30;0,95*B3;IF(B3>=10;0,98*B3;B3))).
У двох перших варіантах відовідей невірно розставлені дужки.
Правильну відповідь вибрали 37% учнів.

23. Намисто

автор – Наталія Найдьон, Горішні Плавні, Полтавщина
(10 – 11 класи)

Бобрик нанизує намисто для своєї мами. В нього є 3 жолуді та 8 грибочків. Жолуді не можна розташовувати поруч. Два намиста вважаються різними, якщо кількості грибочків, розташованих підряд, не співпадають.
Наприклад, на малюнку знизу перше і друге намиста — подібні, а перше і третє намиста — різні.



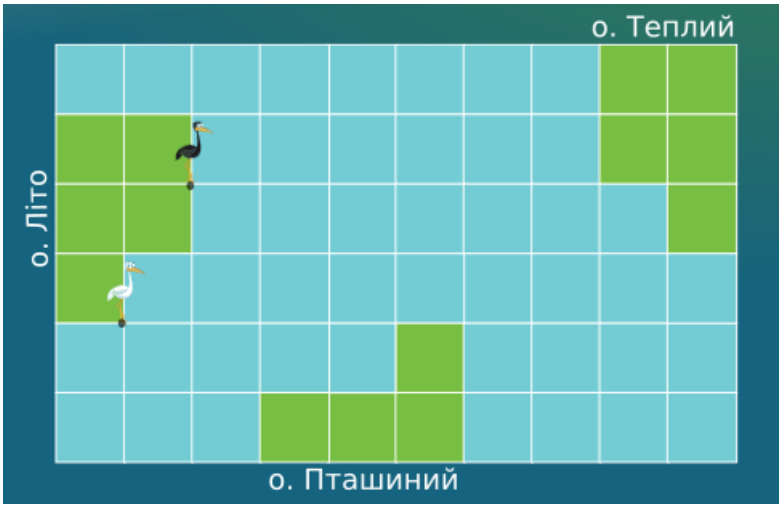
Розв'язування.
Три жолуді розділяють вісім грибочків на три групи. Можливі лише такі розподіли грибочків по групах:
1) 6+1+1
2) 5+2+1
3) 4+3+1
4) 4+2+2
5) 3+3+2

Відповідь. 5 різних намист.
Таку відповідь дали 34% учнів.

24. Переліт

автор – Рівен Девасарендра, Австралія
(10 – 11 класи)

Двоє птахів знаходяться на острові Літо. На зиму вони здійснюють переліт на острів Теплий.



Вони літають над морем лише вздовж білих ліній. Чорна чапля пролітає за одну годину шлях довжиною 2 відрізки. Вона мусить відпочивати 1 годину на суші після кожних двох годин польоту. Білий ібіс пролітає за одну годину шлях довжиною 4 відрізки. Він мусить відпочивати 2 години на суші після кожної години польоту. Обидва птахи за годину можуть проходити по суші шлях довжиною один відрізок.
Вони починають мігрувати одночасно.
Хто швидше попаде на острів Теплий?

A. Чорна чапля прилетить на годину швидше
B. Обидва птахи прилетять одночасно
C. Білий ібіс прилетить на 2 години швидше
D. Білий ібіс прилетить на 3 години швидше

Відповідь. C.

Білий ібіс попаде на острів Теплий за 5 годин – 1 година польоту до островса Пташиний + 1 година відпочинку + 1 година переміщення по суші + 1 година польоту до острова Теплий.
Чорна чапля попаде на острів Теплий за 7 годин – 1 година переміщення по суші + 2 години польоту до островса Пташиний + 1 година відпочинку + 1 година переміщення по суші + 2 години польоту до острова Теплий.
Правильну відповідь дали 38% учнів.

25. Чорна скринька

Автор – Елджакім Шріджверс, США
(10 – 11 класи)

У чорну скриньку поступають три вхідні сигнали — x, y та z. Кожний сигнал приймає одне з двох значень (○ або ●).
Після опрацювання цієї вхідної інформації, чорна скринька повинна генерувати відповідь **True** або **False** згідно таблиці істинності справа.
Вихідний сигнал можна запрограмувати у вигляді такої логічної формули:

(x=○ and y=○ and z=●) or
(x=● and y=○ and z=○) or
(x=● and y=○ and z=●) or
(x=● and y=● and z=○) or
(x=● and y=● and z=●)

x	y	z	output
○	○	○	False
○	○	●	True
○	●	○	False
○	●	●	False
●	○	○	True
●	○	●	True
●	●	○	True
●	●	●	True

Ця формула містить 15 простих логічних виразів. Виявляється, що для опису можна використати і формули з меншою кількістю простих логічних виразів. Яка з наступних формул є найкоротшою і правильною:

A. `x=● or z=●`
B. `not (x=○ and y=z)`
C. `(y=○ and z=●) or (x=●)`
D. `(x=○ and y=○ and z=●) or (x=●)`

Відповідь. **C**.
Правильна формула повинна приймати значення **True** у рівно п’яти з восьми можливих комбінацій сигналів **x, y, z**.
Формула **A** неправильна, бо для четвертої комбінації значень (**x=○, y=●, z=●**) вона поверне значення **True.**
Формула **B** неправильна, бо для третьої комбінації значень (**x=○, y=●, z=○**)
вираз `(x=○ and y=z)` приймає значення **False.**
Відповідно, формула **B** поверне значення **True.**
Правильну відповідь дали 39% учнів.